WWW.SCIAM-MAGAZINE.NAROD.RU

Компьютер-карикатурист и удивительное путешествие в физиономическом пространстве

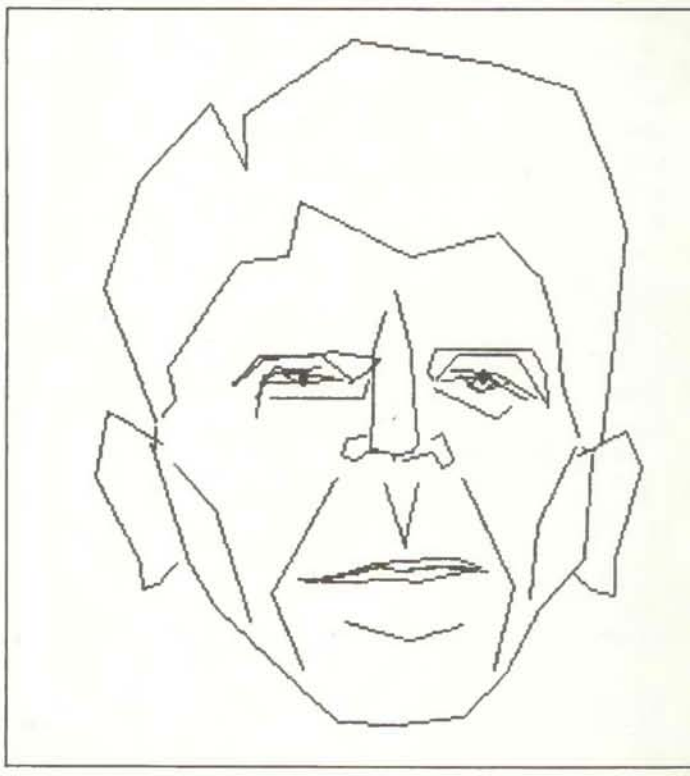
А. К. ДЬЮДНИ

НЕ УЗНАТЬ это лицо, пожалуй, невозможно. Эти низкорасположенные крупные уши, выразительные скулы, высокая прическа в стиле «помпадур». Лицо Роналда Рейгана знакомо всем, однако его быстрее узнаешь на карикатуре, чем на фотографии. Конечно, искусство карикатуры требует глубокого проникновения в человеческую природу. Если тут и найдется место для компьютера, то лишь в роли тривиального вспомогательного средства, что-то наподобие эскизного блокнота для сохранения промежуточных результатов творческих поисков карикатуриста и представления их в визуальной форме.

Но только ли в этой роли? Все карикатуры, изображенные на рисунке внизу, построены программой, которую составила Сьюзен Бреннан, научный сотрудник исследовательской лаборатории фирмы Hewlett-Packard в Пало-Альто (шт. Калифорния). При работе с программой удобно пользоваться манипулятором типа «мышь», световым пером или каким-нибудь другим аналогом карандаша, однако это вовсе не обязательно. Результаты едва ли зависят от таких качеств, как твердость руки и тренированный глаз. Как только черты с фотографии лица введены в машину, всю остальную работу выполняет уже программа, которая совершенно самостоятельно рисует карикатуру. Как она это делает? На этот вопрос можно дать короткий и обманчиво простой ответ: программа сравнивает «фотографию» представленного ей лица с неким «среднестатистическим» лицом, хранящимся в памяти компьютера. Те черты, которые наиболее сильно отличаются от соответствующих черт среднестатистического лица, подвергаются изменениям в масштабе, подчеркивающим эти отличия.

Программа Бреннан явилась как бы естественным результатом, с одной стороны, ее собственного таланта как художника-карикатуриста, а с другой — ее научного интереса к процессам, протекающим в человеческом мозгу при распознавании изображений, и в частности при узнавании лиц. Эти процессы уже давно стали загадкой для психологов и других специалистов, интересующихся работой мозга и высшей нервной деятельностью, а карикатуры, по-видимому, играют особую роль в этих процессах, потому что, когда их узнают, то узнают практически мгновенно. Может быть, вместо того чтобы хранить в памяти все черты лица своего знакомого, мы храним лишь его карикатуру? Чтобы разобраться в этом вопросе, Бреннан изобрела простой метод создания карикатуры и представила его описание в диссертации, которую она защищала в Массачусетском технологическом институте. Она и теперь продолжает интересоваться этими вопросами, но уже в свободное время. Свои рабочие часы она посвящает экспериментам в области новых форм общения между человеком и машиной, основанных, в частности, на понимании машиной естественного языка.

Метод построения карикатуры, изобретенный Бреннан, напоминает трюк, которым часто пользуются художники-мультипликаторы, работающие с компьютером. Они называют его «усреднением». Представим себе два рисунка, изображающих такие знакомые нам предметы, как яблоко и банан. Оба рисунка — контур-



Трансформация изображения лица Роналда Рейгана при построении карикатуры

WWW.SCIAM-MAGAZINE.NAROD.RU

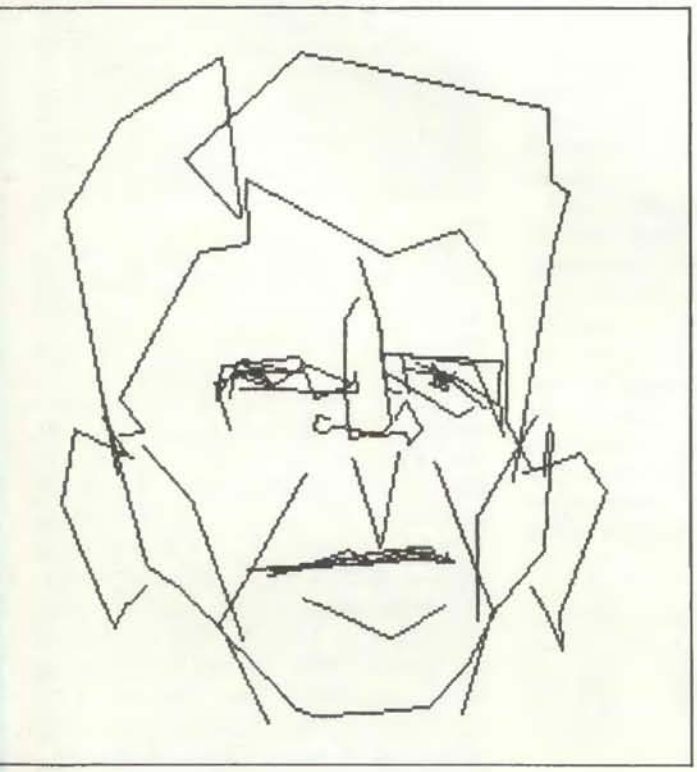
ные очертания плодов и получены путем соединения точек отрезками прямых линий (см. рисунок на с. 154). Каждой точке на изображении яблока поставим в соответствие точку на изображении банана. Если теперь соединить соответствующие точки отрезками прямых линий и отметить точками середины этих линий, то, соединив эти средние точки, мы получим контур совершенно нового фрукта, представляющего собой нечто среднее между яблоком и бананом — «банаблоко».

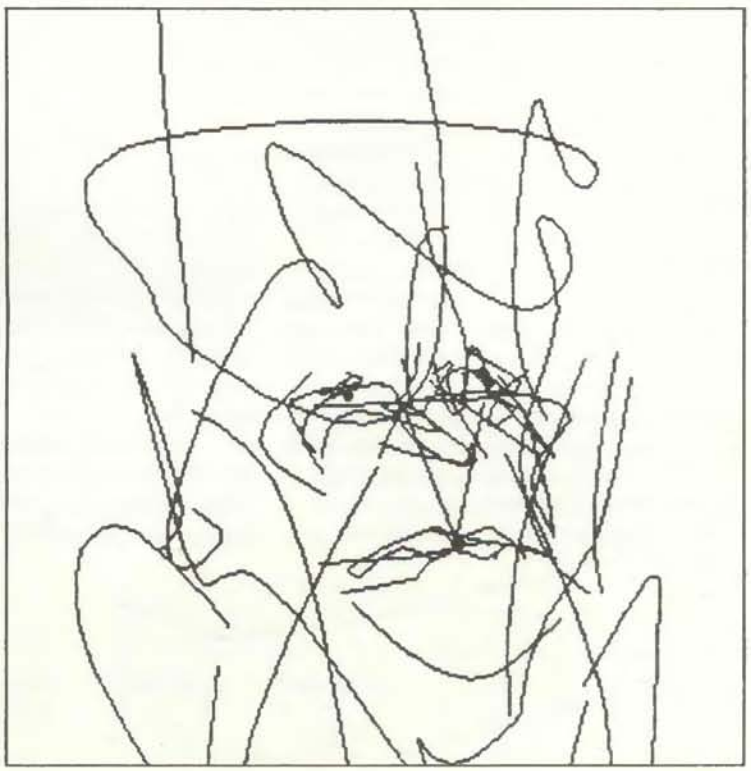
При помощи тех же линий, которые соединяют банан и яблоко, можно также получить изображение гротескного, карикатурного банана, если так можно выразиться, с точки зрения яблока. Для этого продолжим каждую линию за пределы банана на половину ее длины и на конце отрезка поставим точку. Если теперь соединить между собой все полученные таким образом точки, то мы построим контурный рисунок карикатурного банана. Аналогично, продолжив соединительные линии между бананом и яблоком за пределы яблока, мы получим карикатурное изображение яблока, с точки зрения банана. Подобную процедуру можно применить и к портретам. Каждая пара физиономий в каком-то смысле представляет собой две взаимные карикатуры. Однако самые удачные карикатуры получаются на основе сравнения данной физиономии с нормальным, так сказать «среднестатистическим» лицом.

Изображения таких нормальных лиц программа Бреннан строит по нескольким десяткам портретов реальных людей. В закодированном виде эти портреты хранятся в базе данных компьютера, насчитывающей их несколько сот. Для работы с этими портретами были выбраны наиболее характерные точки, лучше всего отражающие особенности любого лица. Точки упорядочены и помечены в соответствии с их положением на плоскости относительно координатных осей. В качестве начала координат выбран левый верхний угол плоскости изображения. Значения координат увеличиваются слева направо и сверху вниз. Масштаб при этом выбирается таким образом, чтобы центр левого зрачка находился в точке с координатами (135, 145), а центр правого — в точке (190, 145). Координаты соответственных точек каждого лица усредняются и, таким образом, для каждой представительной точки человеческого лица мы имеем нормальное ее положение. Например, усредненное значение координат внешнего конца левой брови дает положение на координатной плоскости этой характерной точки для нормального, или среднестатистического, лица. При помощи такого усреднения программа строит три нормальных портрета: среднестатистическое мужское лицо, среднестатистическое женское лицо и полностью усредненный, лишенный каких-либо половых признаков абстрактный портрет. Этот последний портрет и служит основой для большинства карикатур.

Для того чтобы программа могла нарисовать карикатуру, основанную на нормальном портрете, ей нужно представить цифровое описание реального лица. Как правило, при этом пользуются фотографией, и программа поочередно запрашивает координаты (или положение) 186 ключевых точек на фотографии. Например, когда программа ожидает ввода данных о шести точках, описывающих форму левой брови, пользователь последовательно передвигает курсор и отмечает положение соответствующих точек на левой брови на приложенной к экрану фотографии.

Образно говоря, программа Бреннан, как космический корабль, совершает путешествие в физиономическом пространстве и исследует его. Введенные в машину значения координат точек, определяющих портрет на фотографии, можно представить в виде единого упорядоченного массива данных. В результате получается список чисел, которые можно рассматривать как координатные значения одной-единственной точки в многомерном пространстве. В самом деле, как абстрактное нормальное лицо, так и лицо на фотографии представляются 186 точками, каждая из которых имеет два координатных значения. Получающийся в результате список из 372 чисел для каждого лица является представлением точки в 372-мерном пространстве. В принципе



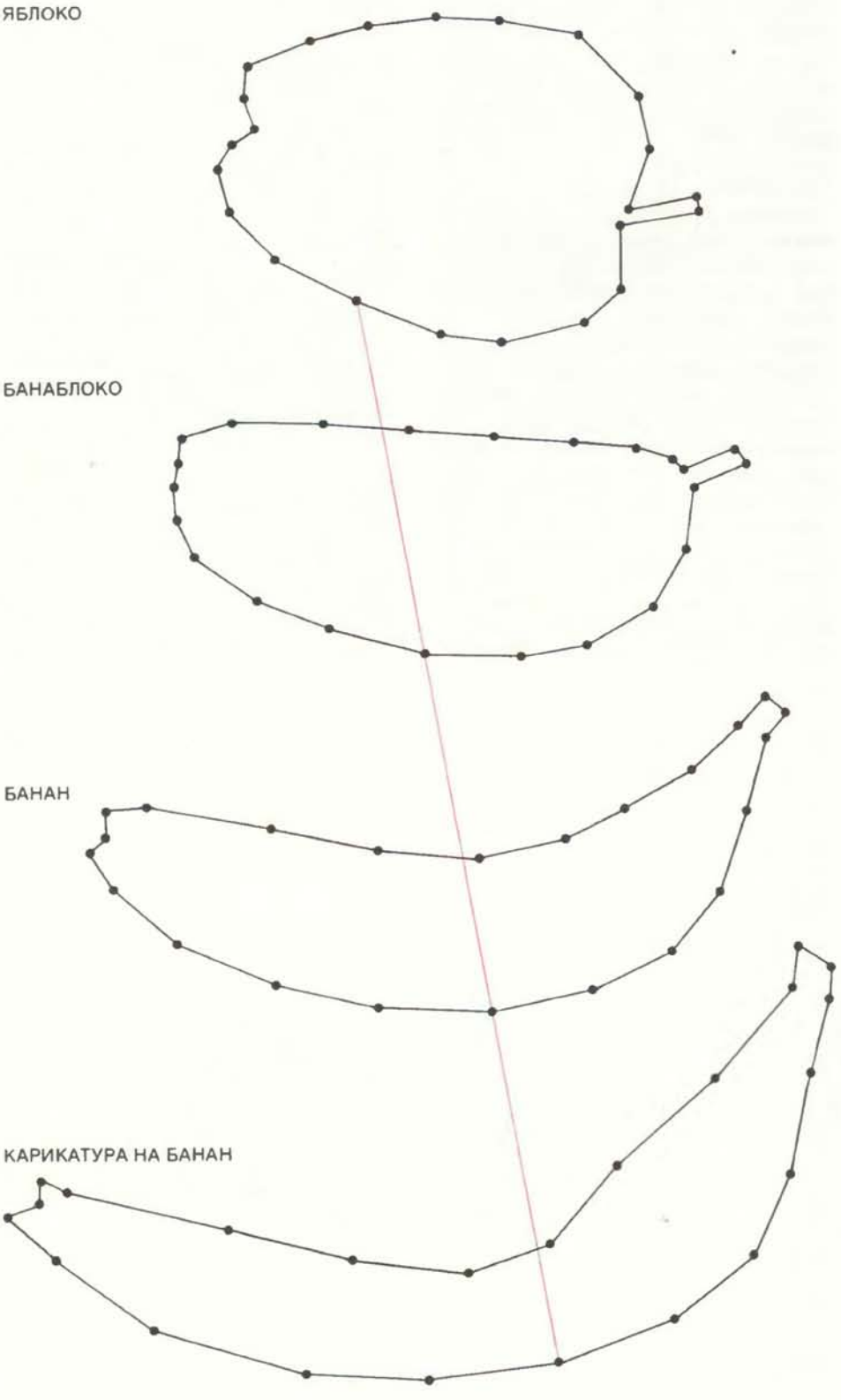


с помощью программы FACEBENDER, автором которой является С. Бреннан

WWW.SCIAM-MAGAZINE.NAROD.RU

каждому конкретному лицу можно поставить в соответствие точку в пространстве физиономий, и любые две физиономии в этом пространстве можно соединить прямой линией.

В данном случае не следует особо глубоко задумываться о таинственных свойствах пространства высокой размерности. Многомерное физиономическое пространство — это просто удобная абстракция, позволяющая количественно описывать сходство и различие между лицами. У знакомых нам понятий, таких, как прямая линия и расстояние между двумя точками, есть непосредственные аналоги и в пространстве любой высокой размерности. Все точки, лежащие в физиономическом пространстве на одной прямой линии, представляют собой пропорциональные изменения координатных значений. Расстояние между двумя точками в этом пространстве служит мерой сходства между соответствующими им лицами: схожие лица — близкие соседи в физиономическом пространстве, несхожие расположены далеко друг от друга.



Превращение яблока в банан и карикатура на банан

Абстрактный, или среднестатистический, человеческий портрет в физиономическом пространстве можно представить себе лежащим в центре скопления точек, соответствующих изображениям реальных человеческих лиц. Каждое реальное лицо соединено с абстрактным портретом («нормой») прямой линией. Точки же, лежащие на этой линии, есть последовательность промежуточных физиономий, все более похожих на реальное лицо, представленное конечной точкой отрезка. Если же продолжить эту линию, то принадлежащие продолжению точки уже будут соответствовать карикатурным изображениям данного лица. Однако для карикатурных преувеличений существует предел, за которым в изображении уже трудно узнать не только конкретного человека, но и человека вообще. Такие изображения вырождаются в хаотические сплетения линий и принадлежат области физиономического пространства, которую Бреннан называет «безликой».

Идея о представлении каждого лица точкой в многомерном пространстве, наводит на мысль еще об одном интересном преобразовании. Поскольку любые два лица в этом пространстве можно соединить прямой линией, то программе можно задать построение последовательности промежуточных физиономий. По мнению Бреннан, такие последовательности выглядят особенно интригующими, когда две конечные точки прямо соответствуют мужскому и женскому лицам. Так, без особого труда программа преобразует, например, лицо Элизабет Тейлор в портрет покойного президента Джона Кеннеди.

Читатель может повторить некоторые из карикатурных подвигов Бреннан, написав свою, упрощенную версию ее программы. Назовем ее FACEBENDER (карикатура). В качестве входных данных ей нужна информация по крайней мере о двух лицах: абстрактной «норме» и лице, карикатурное изображение которого требуется построить. Координаты точек элементов абстрактного лица — нормы были любезно предоставлены нам Сьюзен Бреннан (см. рисунок на с. 156). В такой же форме читателям нужно самим представить лицо для карикатуры. При отсутствии средств графико-цифрового преобразования без особого труда можно преобразовать фотографию любимого человека (возможно, самого се-

WWW.SCIAM-MAGAZINE.NAROD.RU

бя) в аналогичный перечень точек с указанием их координат. Однако Бреннан предупреждает, что лицо на фотографии должно иметь спокойное нейтральное выражение, даже небольшая улыбка может превратиться в чудовищную гримасу. Лицо на фотографии должно быть снято строго «анфас»; если оно слегка повернуто в сторону, FACEBENDER повернет его еще больше.

Чтобы выбрать подходящий масштаб для координатных осей, считайте, что координаты левого и правого зрачка те же, что и у абстрактной нормы: центр левого зрачка должен находиться в точке (135, 145), а правого — в точке (190,145). (Напомним, что на горизонтальной оси координат значения возрастают слева направо, а на вертикальной — сверху вниз.) После того как масштаб установлен, необходимо найти координаты остальных ключевых точек лица путем тщательных измерений. В схеме, используемой Бреннан, представительные точки человеческого портрета распределены по 39 характерным элементам. Каждый элемент — это последовательность соединенных между собой точек. Их порядок зависит от ориентации данного элемента (черты лица): для черт, имеющих в основном горизонтальную ориентацию, точки перечислены слева направо, а для черт, ориентированных вертикально, они перечислены сверху вниз.

Бреннан признается, что ключевые точки на человеческом портрете в основном выбираются методом проб и ошибок; в этом смысле приведенный здесь портрет президента весьма показателен и может служить образцом. Важно, чтобы преобразования фотографий человеческих лиц в списки координат, вводимые в базу данных программы, выполнялись одним человеком.

Программа FACEBENDER хранит два цифровых массива — *face* и *norm* (соответственно лицо и норма). Третий массив *disp* нужен для воспроизведения лица на экране дисплея. Все три массива имеют по 186 строк и по 2 столбца: по одной точке на строку и по одному координатному значению на столбец. Точки расположены в специально подобранном порядке, который задан в списке данных для абстрактного портрета. Преимущество такого упорядочения в том, что в результирующем рисунке линии проводятся между точками, расположенными в массиве по соседству друг к другу. Однако не все соседние в массиве точки соединяются линиями. Линии прерываются, когда завершено изображение одной черты лица и начинается изображение другой.

Первый элемент, который рисует программа, — это зрачок левого глаза, затем изображается зрачок правого глаза. На рисунке зрачок может быть представлен либо как точка, либо как небольшой кружок. (Во втором варианте лицо выглядит более приветливым). При изображении всех остальных элементов используется одна и та же техника — соседние точки в массиве соединяются линиями. Для этого нужен специальный массив *features* (черты, характерные элементы), указывающий, когда следует сделать разрыв между последней точкой одного элемента и первой точкой следующего. Массив задает количество точек в каждом элементе, а соответствующими пропусками управляет двойной цикл (см. рисунок на с. 156).

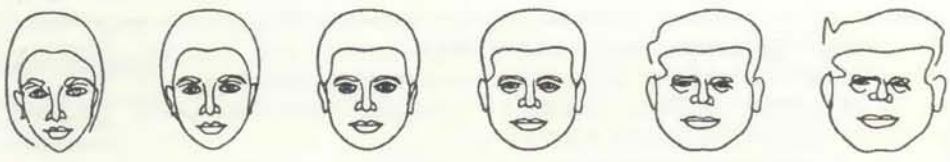
Поскольку два элемента лица уже были нарисованы, процедура отображения начинается с третьего элемента, а именно с радужной оболочки левого глаза. Первая точка этого элемента является третьей точкой в массиве *disp*, проиндексированном переменной *i*. Поэтому исходное значение *i* равно 3. Массив *features* проиндексирован другой переменной, *j*, которая пробегает значения от 1 до 37, поскольку остается еще 37 черт. Внутри цикла по *j* введена еще одна переменная *count* (счетчик), которая следит за количеством линий, уже нарисованных в данном элементе. При каждом новом прохождении цикла по *j* значение переменной *count* устанавливается равным 1, а значение *j* увеличивается на 1. Значение индекса *i* также каждый раз увеличивается на 1, оно указывает на переход к очередной точке массива *disp*, который в данный момент участвует в процессе быстро протекающего соединения точек на экране.

Цикл по индексу *j* содержит в себе второй цикл, *while* (ожидание). Он сравнивает количество точек элемента *j*, уже соединенных между собой, с полным количеством точек данного элемента. Когда эти два числа оказываются равными, программа выходит из цикла *while*, так как изображение данного элемента завершено. Если в этом элементе остаются еще не соединенные точки, программа проводит на экране линию между точками, индексы которых в массиве *disp* равны соответственно *i* и *i* + 1. Конечно, я описываю этот процесс, пользуясь сокращенными обозначениями. На самом деле в команде отображения линии на экране координаты точек будут указаны в виде *disp* (*i*, 1) и *disp* (*i*, 2) для первой точки и *disp* (*i* + 1, 1), *disp* (*i* + 1, 2) — для второй.

Бесполое среднестатистическое лицо

Главным компонентом программы FACEBENDER является процедура «преувеличения». Ее внутренняя структура, пожалуй, даже проще, чем у только что рассмотренной процедуры отображения (см. нижний рисунок на с. 156). Для каждой из 186 точек в массивах *face* и *norm* подсчитывается значение элемента нового массива *bend* (искажение). В этом новом массиве закодирована будущая карикатура. Значения координат каждой точки в массиве *bend* вычисляются путем прибавления к соответствующей координате массива *norm* определенной величины, которая увеличивает разрыв между положениями точек, взятых из массивов *face* и *norm*. Фактор преувеличения *f* вводится в программу пользователем перед началом выполнения программы. На этот фактор умножается разность между соответствующими горизонтальными и соответствующими вертикальными координатами массивов *face* и *norm*.

Осталось лишь рассмотреть вопросы, связанные с компоновкой про-



Элизабет Тейлор (в роли Клеопатры) встречается с бывшим президентом Кеннеди в физиономическом пространстве

WWW.SCIAM-MAGAZINE.NAROD.RU

ЗРАЧОК ЛЕВОГО ГЛАЗА	1 ТОЧКА	(135,145)
ЗРАЧОК ПРАВОГО ГЛАЗА	1 ТОЧКА	(190,145)
РАДУЖНАЯ ОБОЛОЧКА ЛЕВОГО ГЛАЗА	5 ТОЧЕК	(134,141) (128,144) (133,149) (140,144) (135,141)
РАДУЖНАЯ ОБОЛОЧКА ПРАВОГО ГЛАЗА	5 ТОЧЕК	(190,141) (184,144) (189,149) (196,144) (190,141)
НИЖНЯЯ ГРАНИЦА ЛЕВОГО ВЕКА	3 ТОЧКИ	(119,147) (133,140) (147,146)
НИЖНЯЯ ГРАНИЦА ПРАВОГО ВЕКА	3 ТОЧКИ	(177,147) (190,141) (203,147)
НИЖНЯЯ ГРАНИЦА ЛЕВОГО ГЛАЗА	3 ТОЧКИ	(121,147) (133,150) (147,146)
НИЖНЯЯ ГРАНИЦА ПРАВОГО ГЛАЗА	3 ТОЧКИ	(177,147) (191,150) (201,148)
ВЕРХНЯЯ ГРАНИЦА ЛЕВОГО ГЛАЗА	3 ТОЧКИ	(118,143) (132,137) (148,142)
ВЕРХНЯЯ ГРАНИЦА ПРАВОГО ГЛАЗА	3 ТОЧКИ	(176,143) (191,137) (204,143)
ГРАНИЦА ЛЕВОЙ ГЛАЗНОЙ ВПАДИНЫ	3 ТОЧКИ	(127,154) (135,153) (144,150)
ГРАНИЦА ПРАВОЙ ГЛАЗНОЙ ВПАДИНЫ	3 ТОЧКИ	(178,151) (187,154) (196,154)
ЛЕВАЯ СТОРОНА НОСА	6 ТОЧЕК	(156,140) (156,153) (156,165) (154,172) (156,179) (161,182)
ПРАВАЯ СТОРОНА НОСА	6 ТОЧЕК	(166,140) (166,153) (166,166) (168,172) (167,179) (161,182)
ЛЕВАЯ НОЗДРЯ	6 ТОЧЕК	(150,169) (147,173) (146,178) (148,182) (153,179) (161,182)
ПРАВАЯ НОЗДРЯ	6 ТОЧЕК	(173,169) (176,172) (177,178) (174,182) (170,179) (163,182)
ВЕРХНЯЯ ГРАНИЦА ЛЕВОЙ БРОВИ	6 ТОЧЕК	(112,137) (113,132) (125,127) (139,128) (150,131) (152,136)
ВЕРХНЯЯ ГРАНИЦА ПРАВОЙ БРОВИ	6 ТОЧЕК	(171,136) (173,132) (186,129) (199,128) (208,132) (211,137)
НИЖНЯЯ ГРАНИЦА ЛЕВОЙ БРОВИ	4 ТОЧКИ	(112,138) (124,132) (138,134) (152,136)
НИЖНЯЯ ГРАНИЦА ПРАВОЙ БРОВИ	4 ТОЧКИ	(171,136) (187,134) (200,132) (210,137)
ВЕРХНЕЕ ОЧЕРТАНИЕ ВЕРХНЕЙ ГУБЫ	7 ТОЧЕК	(137,203) (149,199) (156,196) (162,199) (168,197) (177,199) (187,202)
НИЖНЕЕ ОЧЕРТАНИЕ ВЕРХНЕЙ ГУБЫ	7 ТОЧЕК	(138,203) (148,203) (156,202) (163,203) (170,202) (178,203) (186,202)
ВЕРХНЕЕ ОЧЕРТАНИЕ НИЖНЕЙ ГУБЫ	7 ТОЧЕК	(138,203) (149,203) (156,202) (163,203) (170,202) (177,202) (186,203)
НИЖНЕЕ ОЧЕРТАНИЕ НИЖНЕЙ ГУБЫ	7 ТОЧЕК	(141,204) (148,207) (155,210) (163,211) (171,210) (179,207) (185,203)
ОЧЕРТАНИЕ ЛЕВОЙ СТОРОНЫ ЛИЦА	3 ТОЧКИ	(103,141) (101,160) (104,181)
ОЧЕРТАНИЕ ПРАВОЙ СТОРОНЫ ЛИЦА	3 ТОЧКИ	(219,140) (222,159) (218,179)
ЛЕВОЕ УХО	7 ТОЧЕК	(99,150) (92,144) (88,149) (90,160) (94,174) (99,187) (104,184)
ПРАВОЕ УХО	7 ТОЧЕК	(224,149) (231,144) (234,151) (232,160) (230,173) (224,185) (219,184)
ЧЕЛЮСТЬ	11 ТОЧЕК	(104,181) (108,199) (115,214) (129,228) (147,240) (162,243) (180,239) (196,228) (207,215)
НИЖНЯЯ ГРАНИЦА ВОЛОС	13 ТОЧЕК	(101,144) (107,129) (114,114) (120,104) (131,95) (146,92) (160,93) (174,95) (188,96) (201,103) (210,114) (217,126) (222,143)
ВЕРХНЯЯ ГРАНИЦА ВОЛОС	13 ТОЧЕК	(93,204) (78,173) (76,142) (82,101) (99,70) (129,46) (158,44) (188,45) (217,64) (236,94) (245,134) (250,168) (233,200)
ЛЕВАЯ ЩЕКА	3 ТОЧКИ	(145,175) (139,182) (135,190)
ПРАВАЯ ЩЕКА	3 ТОЧКИ	(178,176) (185,183) (190,191)
ЛЕВАЯ СКУЛА	3 ТОЧКИ	(105,178) (109,184) (112,190)
ПРАВАЯ СКУЛА	3 ТОЧКИ	(218,178) (214,183) (211,189)
ПРАВАЯ ЧЕРТА НАД ВЕРХНЕЙ ГУБОЙ	2 ТОЧКИ	(159,186) (159,193)
ЛЕВАЯ ЧЕРТА НАД ВЕРХНЕЙ ГУБОЙ	2 ТОЧКИ	(165,186) (165,193)
ВЕРХНЕЕ ОЧЕРТАНИЕ ПОДБОРОДКА	2 ТОЧКИ	(162,232) (162,238)
НИЖНЕЕ ОЧЕРТАНИЕ ПОДБОРОДКА	3 ТОЧКИ	(153,218) (162,216) (173,219)

Координаты ключевых точек для абстрактного лица

КОМАНДА «ПРЕДСТАВИТЬ НА ЭКРАНЕ»

```
i ← 2
для j = от 1 до 37
    i ← i + 1
    count ← 1
    пока count < features(j)
        изображать линию от disp(i) до disp(i + 1)
        count ← count + 1
        i ← i + 1
```

КОМАНДА «ПРЕУВЕЛИЧИТЬ»

```
для i = от 1 до 186
    bend(i,1) ← face(i,1) + f × [face(i,1) − norm (i,1)]
    bend(i,2) ← face(i,2) + f × [face(i,2) − norm (i,2)]
```

Ключевой фрагмент программы FACEBENDER

WWW.SCIAM-MAGAZINE.NAROD.RU

граммы, а также с настройкой процедуры отображения, впрочем, последнее уже не обязательно. Проще всего, наверное, организовать программу таким образом, чтобы обе основные процедуры отображения и преувеличения были вложены в интерактивный цикл диалога с пользователем, в котором программа могла бы, например, спрашивать: «Нарисовать еще одну линию?» Программа должна также запрашивать пользователя о величине фактора преувеличения. Команду ввода этой величины следует расположить в программе таким образом, чтобы можно было попробовать различные факторы, не вводя заново массива *face*, так будет удобнее наблюдать, как влияет на карикатуру величина фактора *f*.

Качество рисунков можно несколько улучшить, если точки соединять не прямолинейными отрезками, а участками кривых, так называемыми сплайнами; контуры рисунка при этом сглаживаются. Программа Бреннан, как правило, соединяет соседние точки сплайнами. При подготовке этой статьи я понимал, что объяснить технику рисования сплайнами довольно трудно, к тому же статьи в рубрике «Занимательный компьютер» в основном посвящаются описанию несложных программ. Я спросил Бреннан, нельзя ли воспользоваться каким-нибудь другим, упрощенным методом. Можно ли, например, пользоваться отрезками прямых? К нашему обоюдному удивлению, карикатуры, нарисованные прямыми линиями, оказались почти такими же выразительными, как и те, которые выполнены сплайнами. На самом деле все рисунки, помещенные в этой статье, были сделаны с применением прямых линий. Таким образом, можно избежать сложных, трудоемких методов с относительно небольшими потерями в эстетическом отношении. Теперь читатели могут приступить к преобразованию в цифровую форму фотографий своих любимых.

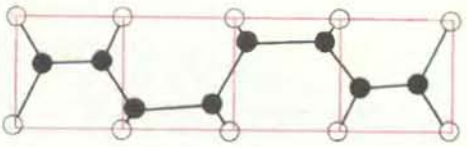
Генератор карикатур Бреннан был применен в нескольких экспериментальных исследованиях по узнаванию лиц. Изображения, построенные ее программой, передавались по телефонным линиям как часть эксперимента по проведению телеконференций, осуществляемого в лаборатории средств массовой информации Массачусетского технологического института. В прошлом году Бреннан провела эксперименты совместно с Джиллиан Роудс из Университета в Отаго (Новая Зеландия), в то время аспиранткой, которая работала с Роджером Шепардом из Станфордского университета. Были сгенерированы карикатуры на преподавателей и студентов психологического факультета Станфордского университета. Затем карикатуры наряду с обычными рисованными портретами были подвергнуты тестам на узнавание.

Результаты эксперимента Бреннан подытожила следующим образом: «Генератор карикатур оказался в этих исследованиях очень полезным, потому что благодаря ему мы могли непрерывно варьировать стимулирование и управлять им. В предыдущих экспериментах подобного рода карикатуры приходилось сравнивать непосредственно с фотографиями или какими-то другими изображениями, стиль выполнения которых был относительно далеким от изображения карикатуры, и поэтому эксперименты не были свободны от эффектов, связанных с характером представления. Нельзя сказать, что карикатуры существенно *превзошли* обычные рисунки в плане узнавания («наилучшими» в этом смысле оказались рисунки с небольшими преувеличениями), но зато, когда гротескные карикатуры узнавались, они узнавались значительно *быстрее* — почти вдвое быстрее, чем реалистические изображения тех же самых людей».

Бреннан предложила также ряд других экспериментов с генератором карикатур. Например, было бы очень интересно воссоздать абстрактный портрет-норму, интуитивно принимаемую карикатуристами. Имея в руках карикатуру на известного человека, выполненную известным мастером, с помощью программы Бреннан можно попытаться обратить процесс построения карикатуры и восстановить нормальное человеческое лицо, отпечатавшееся где-то в подсознании художника, т. е. лицо, из которого было «выведено» преувеличение в карикатуре. Будут ли полученные таким образом из карикатур нормы отличаться при использовании различных оригиналов? Будут ли нормы, отпечатавшиеся в подсознании различных художников, отличаться друг от друга?

О ПРОГРАММАХ, имитирующих на домашних компьютерах полет в воздушном пространстве, речь шла в сентябрьском номере журнала. Обладателям такой программы, созданной фирмой Microsoft Х. Ньюхолл из Спрингфилда (шт. Массачусетс) предлагает головокружительный трюк — попытаться сделать мертвую петлю над Манхаттенским мостом. В нижней части петли самолет должен пролететь под мостом.

Появились и более быстрые игры. Дж. Казиановичу из Порт-Джефферсона (шт. Нью-Йорк) очень нравится программа JET, выпущенная фирмой Sublogic Corporation и написанная Ч. Гаем и Б. Артвиком. События в программе JET развиваются намного быстрее, чем в других программах подобного рода. Здесь можно попробовать планирующий полет, бомбежку на бреющем полете и даже воздушный бой. Казианович, считающий себя воздушным дьяволом, проносится, едва не касаясь земли, над своим аэродромом и испытывает предельные возможности программы. Иногда возникают забавные проблемы, связанные с ландшафтом: оказывается, можно пролететь гору насквозь, не разбившись. Казианович устремляет свой самолет прямо в склон горы, а затем, оттянув на себя ручку управления, взмывает вверх над вершиной.



Кратчайшее известное дерево Штейнера для матрицы 2 × 5

Читателей, сумевших уменьшить минимальную длину деревьев Штейнера для квадратов 10 × 10 и 22 × 22, о чем говорилось в статье Мартина Гарднера в августовском номере журнала, было так много, что я не могу назвать всех их имен. В обоих случаях несколько модифицированное семиточечное поддерево уменьшило длину приблизительно на 0,005. Тем не менее эти новые деревья оказались тоже неминимальными. Э. Карлсон из Кембриджа (шт. Массачусетс), включив десятиточечное поддерево в квадрат размерами 22 × 22, сумел сократить длину структуры до 440,009 ... . Затем Р. Грейем из фирмы AT&T Bell Laboratories нашел способ включить то же самое поддерево в квадрат размерами 10 × 10, уменьшив его длину до 90,30664 ... .

Многие читатели заметили, что решение для четырехугольника 4 × 9, приведенное в журнале, было нарисовано неправильно, хотя указанная минимальная длина была верной. Ошибка возникла при изображении поддерева 2 × 5, расположенного в средней части одной из длинных сторон четырехугольника. Правильная версия этого поддерева показана ниже. Некоторые читатели предложили различные способы обобщения минимальных деревьев Штейнера на решетки в трех измерениях, а также на двумерные поверхности, отличные от плоскости.